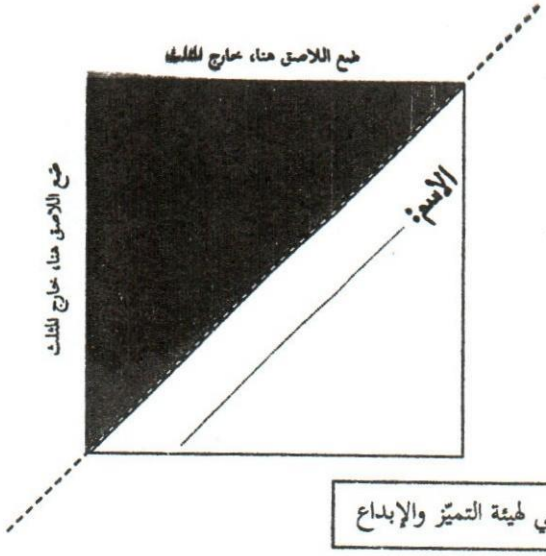


الأولمبياد العلمي السوري
THE SYRIAN SCIENCE OLYMPIAD

اختبارات المرحلة الثانية 2021-2022

الرياضيات

المحافظة: .....

يجب المحافظة على سرية الأسئلة إلى حين الإعلان عنها في الموقع الرسمي لهيئة التميّز والإبداع

تعليمات عامة

- مدّة الاختبار ساعتان ونصف الساعة.
- يحوي الاختبار عشرين سؤالاً جرى ترقيمها من 1 إلى 20. لكل سؤال إجابة عدديّة واحدة.
- على الطالب أن يحلّ أكبر عدد من الأسئلة حلّاً صحيحاً. يعطى الطالب **خمس** درجات على كلّ إجابة صحيحة عن أحد الأسئلة. ويعطى درجة الصفر على كلّ سؤال يُعطي إجابة خاطئة عنه، أو لا يجيب عنه.
- يملأ الطالب هذه الورقة بالإجابات ويعيدها مع أوراق الأسئلة. يمكن استعمال الصفحات البيضاء بصفتها مسوّدات.
- الآلات الحاسبة بأنواعها وأجهزة الموبايل **ممنوعة منعاً باتاً أثناء الاختبار.**

①	
②	
③	
④	
⑤	
⑥	
⑦	
⑧	
⑨	
⑩	

⑪	
⑫	
⑬	
⑭	
⑮	
⑯	
⑰	
⑱	
⑲	
⑳	

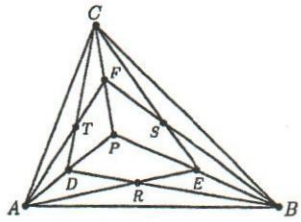
عدد الإجابات الصحيحة	

النتيجة = عدد الإجابات الصحيحة × 5

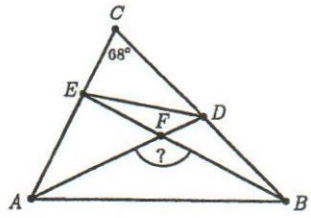
النتيجة	/100

① ما عدد الأعداد الطبيعية a التي تحقق $1 \le a \le 100$ وبحيث يكون العدد a^a مربعاً كاملاً.

② لتكن P نقطة كيفية واقعة داخل مثلث ABC مساحته $36\,\text{cm}^2$، ولتكن D و E و F منتصفات $[PA]$ و $[PB]$ و $[PC]$ بالترتيب. وكذلك لتكن R نقطة تقاطع $[AE]$ و $[BD]$، S نقطة تقاطع $[BF]$ و $[CE]$، وأخيراً T نقطة تقاطع $[CD]$ و $[AF]$. ما مساحة المضلع السداسي $DRESFT$؟

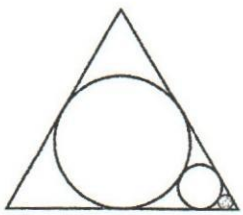


③ في الشكل مثلث ABC فيه $\angle C = 68°$. D نقطة من الضلع $[BC]$، و E نقطة من الضلع $[AC]$، بحيث $AE = ED = DB$، يتقاطع المستقيمان (AD) و (BE) في F. ما قياس الزاوية $\angle AFB$؟

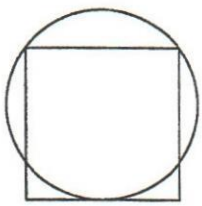


④ كتبنا الأعداد من 1 إلى n على السبورة، ثم محونا أحد هذه الأعداد وحسبنا المتوسط الحسابي لبقية الأعداد فوجدنا $11\frac{1}{4}$. ما هو العدد الذي حذفناه؟

⑤ في الشكل مثلث متساوي الأضلاع، رسمنا الدائرة الماسّة لأضلاعه داخلاً فكان نصف قطرها يساوي $81\,\text{cm}$. دائرة ثانية أصغر تمس الدائرة الأولى وضلعين من أضلاع المثلث، ودائرة ثالثة أصغر من الثانية تمس الدائرة الثانية وضلعين من أضلاع المثلث. ما نصف قطر الدائرة الصغيرة؟



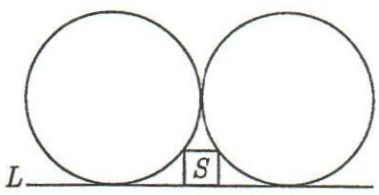
⑥ دائرة نصف قطرها $15\,\text{cm}$، رسمنا عليها مربع يمسها في أحد أضلاعه، ورأسان من رؤوسه يقعان عليها كما في الشكل المجاور. ما طول ضلع المربع؟



⑦ هناك عددان طبيعيان n يحقّقان الخاصة الآتية: باقي قسمة n^2 على $2n+1$ يساوي 1000. ما مجموع هذين العددين؟

⑧ ما عدد ثلاثيّات الأعداد الصحيحة (m,n,p) التي تحقّق $1 < p < n < m$ و $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p} > 1$ ؟

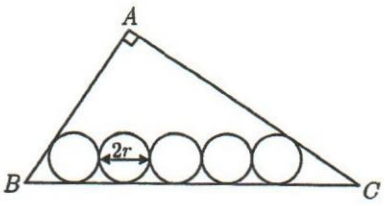
⑨ في الرسم أدناه دائرتان طول نصف قطر كلّ منهما $10\,\text{cm}$ متماسّتان ومماستان للمستقيم L. المربع S يقع خارج الدائرتين وأحد أضلاعه منطبق على L ورأسان منه فقط ينتميان إلى الدائرتين. ما طول ضلع المربّع S؟



⑩ ما عدد الأعداد الطبيعيّة التي يكون باقي قسمة العدد 2022 عليها مساوياً للعدد 166؟

⑪ تمتلك ثمانية أعداد طبيعيّة متتالية ومؤلّفة من ثلاثة أرقام الخاصّة الآتية: كل عدد من تلك الأعداد الثمانية يقبل القسمة على آحاده. ما الفرق بين مئات وعشرات أصغر تلك الأعداد؟

⑫ في الشكل مثلّث ABC قائم في A مرسوم في دائرة نصف قطرها يساوي 4. هناك خمس دوائر متماسّة نصف قطر كلّ منها r تمسّ جميعها الوتر BC، واثنتان تمسّ كلّ واحدة منهما ضلعاً قائمة. R هو نصف قطر الدائرة الماسة داخلاً لأضلاع المثلّث القائم. كم يساوي المقدار $\frac{1}{r}-\frac{1}{R}$؟



⑬ يختار زيدٌ 2023 عدداً صحيحاً بين 1 و 2021 بحيث يكون جداء ضربها جميعاً 2022. ما عدد الخيارات الممكنة لزيد؟

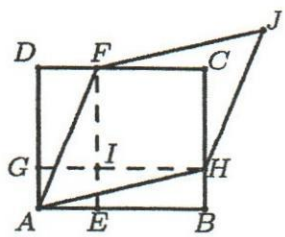
⑭ نتأمّل العملية الحسابية الطويلة $1*2*3*4*\cdots*2019*2020$ حيث تمثّل $*$ إمّا $+$ أو $-$. ما أصغر عدد موجب تماماً يمكن الحصول عليه بهذه الطريقة؟

⑮ ما طول ضلع أصغر مثلّث متساوي الأضلاع يتسع لقرصين اثنين نصفي قطريهما $3\sqrt{3}$ و $4\sqrt{3}$ وبحيث لا يتقاطعان في أكثر من نقطة واحدة؟

⑯ إذا كانت a,b,c جذور المعادلة $x^3+4x^2-4x-6=0$، فما قيمة المقدار $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}$؟

⑰ لدى مرح ولمياء ورقتان كتب على كلّ منهما ثلاثة أعداد طبيعية مختلفة موجبة تماماً. تبيّن أنّ أحد الأعداد مكتوبٌ على الورقتين. وتبيّن أيضاً أنّ كل عدد من أعداد لمياء يساوي مجموع عددين مختلفين من أعداد مرح. وأخيراً تبيّن أنّ ثلاثة أضعاف أحد أعداد مرح وهو عددها المفضل يساوي أحد أعداد لمياء. فإذا عُلِم أن لمياء كتبت عددها المفضل وهو 25 على ورقتها، فما هو العدد المفضل لدى مرح؟

⑱ نتأمّل مستطيلاً $ABCD$. نُجزّئه إلى أربعة مستطيلات كما في الشكل. مساحة $AEIG$ تساوي 15 ومساحة $EBHI$ تساوي 25 ومساحة $IHCF$ تساوي 60. فما مساحة متوازي الأضلاع $AHJF$ ؟



⑲ ليكن A عدد جميع الأعداد المؤلفة من خمس خانات وجداء ضرب خاناتها يساوي 15، وليكن B عدد جميع الأعداد المؤلفة من خمس خانات وجداء ضرب خاناتها يساوي 25، ما قيمة النسبة $\frac{A}{B}$؟

⑳ احسب مجموع جميع الأعداد الصحيحة n التي تجعل الكسر $\frac{4n-2}{n+5}$ مربعاً كاملاً لعدد عادي؟

مسودة لا تصحح

مسودة لا تصحح